



CORSO DI MATEMATICA

MARIOLINA CAPPADONNA
PIERPAOLO DESTRI

1

PER L'ISTRUZIONE E LA FORMAZIONE
PROFESSIONALE

Edizione **OPENSCHOOL**

| | |
|----------|----------------------|
| 1 | LIBRODITESTO |
| 2 | E-BOOK+ |
| 3 | RISORSEONLINE |
| 4 | PIATTAFORMA |

HOEPLI

MARIOLINA CAPPADONNA

PIERPAOLO DESTRI

Corso di matematica

Per l'Istruzione
e la Formazione Professionale

VOLUME 1



EDITORE ULRICO HOEPLI MILANO

Copyright © Ulrico Hoepli Editore S.p.A. 2019

Via Hoepli 5, 20121 Milano (Italy)

tel. +39 02 864871 – fax +39 02 8052886

e-mail hoepli@hoepli.it

www.hoepli.it



Tutti i diritti sono riservati a norma di legge
e a norma delle convenzioni internazionali

Indice

Presentazione XII

RELAZIONI E FUNZIONI, ARITMETICA E ALGEBRA, DATI E PREVISIONI

| | | |
|----------|--|----|
| 1 | Insiemi | 2 |
| 1.1 | Gli insiemi e i simboli | 2 |
| 1.2 | Rappresentazione di un insieme | 2 |
| 1.3 | Insiemi finiti, infiniti | 3 |
| 1.4 | L'insieme universo | 3 |
| 1.5 | Le operazioni tra insiemi e loro proprietà | 4 |
| | Intersezione | 4 |
| | Unione | 5 |
| | Differenza | 5 |
| | Insieme complementare | 6 |
| | Prodotto cartesiano | 6 |
| | Mappa | 8 |
| | Verifica delle abilità | 9 |
| | Verso la prova INVALSI | 12 |
| | Verifica delle abilità - BES | 13 |
| 2 | Numeri | 14 |
| 2.1 | I numeri naturali | 14 |
| | Operazioni tra numeri naturali | 15 |
| | ADDIZIONE | 15 |
| | PROPRIETÀ DELL'ADDIZIONE | 15 |
| | SOTTRAZIONE | 16 |
| | PROPRIETÀ DELLA SOTTRAZIONE | 16 |
| | MOLTIPLICAZIONE | 16 |
| | PROPRIETÀ DELLA MOLTIPLICAZIONE | 17 |
| | ELEVAMENTO A POTENZA | 17 |
| | DIVISIONE | 18 |
| | ESTRAZIONE DAL SEGNO DI RADICE QUADRATA | 18 |
| | PROPRIETÀ DELLE POTENZE | 18 |
| | ESPRESSIONI E PROBLEMI | 19 |
| | Multipli e divisori | 21 |
| | Criteri di divisibilità | 21 |
| | mcm e MCD | 22 |
| | Sistemi di numerazione | 25 |

| | | |
|------------|---|-----|
| | SISTEMA CON BASE DIECI | 25 |
| | SISTEMI CON ALTRE BASI | 25 |
| | CAMBIAIMENTO DI BASE: DAL SISTEMA DI BASE n AL SISTEMA DECIMALE | 26 |
| | CAMBIAIMENTO DI BASE: DAL SISTEMA DECIMALE AL SISTEMA DI BASE n | 26 |
| 2.2 | Frazioni | 27 |
| | Frazioni equivalenti | 28 |
| | Semplificazione di una frazione | 30 |
| | Riduzione di più frazioni al minimo comun denominatore | 31 |
| | Le operazioni con le frazioni | 32 |
| | ADDIZIONE E SOTTRAZIONE | 32 |
| | MOLTIPLICAZIONE | 33 |
| | DIVISIONE | 34 |
| | ELEVAMENTO A POTENZA | 35 |
| | ESTRAZIONE DAL SEGNO DI RADICE QUADRATA | 36 |
| | LE ESPRESSIONI CON LE FRAZIONI | 37 |
| | I numeri decimali | 38 |
| | NUMERI DECIMALI FINITI E FRAZIONI DECIMALI | 39 |
| | FRAZIONE GENERATRICE DI UN NUMERO DECIMALE PERIODICO SEMPLICE | 40 |
| | FRAZIONE GENERATRICE DI UN NUMERO DECIMALE PERIODICO MISTO | 40 |
| | OPERAZIONI CON I NUMERI DECIMALI | 41 |
| | NOTAZIONE SCIENTIFICA | 44 |
| | Proporzioni | 45 |
| | Proprietà delle proporzioni numeriche | 46 |
| | Grandezze | 48 |
| | Grandezze proporzionali | 48 |
| | Percentuali | 50 |
| 2.3 | Numeri con segno | 52 |
| | I numeri relativi | 52 |
| | Operazioni | 53 |
| | ADDIZIONE | 53 |
| | SOTTRAZIONE | 55 |
| | MOLTIPLICAZIONE | 56 |
| | ELEVAMENTO A POTENZA CON ESPONENTE INTERO POSITIVO | 58 |
| | DIVISIONE | 59 |
| | ELEVAMENTO A POTENZA CON ESPONENTE INTERO NEGATIVO | 59 |
| | ESPRESSIONI | 60 |
| 2.4 | Numeri reali | 62 |
| 2.5 | Grandezze decimali | 63 |
| | Grandezze | 63 |
| | Sistema Internazionale di misura - SI (<i>esse i</i>) | 64 |
| | Unità di misura di lunghezza - Multipli e sottomultipli del metro | 65 |
| | Unità di misura di massa - Multipli e sottomultipli del chilogrammo | 66 |
| | Unità di misura di superficie - Multipli e sottomultipli del metro quadrato | 67 |
| | Unità di misura di volume - Multipli e sottomultipli del metro cubo | 68 |
| | Peso specifico | 69 |
| | Mappa | 70 |
| | Verifica delle abilità | 71 |
| | Verso la prova INVALSI | 119 |
| | Verifica delle abilità - BES | 120 |

| | | |
|------------|---|-----|
| 3 | Calcolo letterale | 125 |
| 3.1 | Monomi | 125 |
| | Espressioni letterali | 125 |
| | Valore numerico di un'espressione letterale | 125 |
| | Monomi | 126 |
| | Valore numerico di un monomio | 127 |
| | Grado di un monomio intero | 127 |
| | Monomi simili, uguali, opposti | 128 |
| 3.2 | Operazioni tra monomi | 129 |
| | Addizione e sottrazione | 129 |
| | Moltiplicazione tra monomi | 130 |
| | Elevamento a potenza di un monomio | 130 |
| | Divisione tra due monomi | 131 |
| | Espressioni algebriche letterali contenenti monomi | 132 |
| 3.3 | Polinomi | 133 |
| | I polinomi | 133 |
| | Valore numerico di un polinomio | 133 |
| | Riduzione di un polinomio a forma normale | 134 |
| | Vari tipi di polinomi | 134 |
| | Grado di un polinomio | 135 |
| 3.4 | Operazioni con i polinomi | 137 |
| | Addizione tra polinomi | 137 |
| | Sottrazione tra polinomi | 138 |
| | Moltiplicazione tra un monomio e un polinomio | 139 |
| | Divisione tra un polinomio e un monomio | 140 |
| | Moltiplicazione tra due polinomi | 140 |
| 3.5 | Prodotti notevoli | 141 |
| | Quadrato di un binomio | 141 |
| | Quadrato di un trinomio | 142 |
| | Cubo di un binomio | 143 |
| | Prodotto della somma di due termini per la loro differenza | 144 |
| | Espressioni contenenti polinomi | 145 |
| | Divisione tra polinomi | 146 |
| | Regola di Ruffini | 148 |
| 3.6 | Scomposizione di un polinomio | 150 |
| | Massimo Comun Divisore di più monomi | 150 |
| | Scomposizione di un polinomio | 151 |
| | Scomposizione di un polinomio mediante raccoglimento a fattor comune | 151 |
| | Scomposizione di un trinomio che si presenta come sviluppo del quadrato di un binomio | 152 |
| | Scomposizione di un quadrinomio che si presenta come sviluppo del cubo di un binomio | 153 |
| | Scomposizione della differenza di due quadrati | 154 |
| | Scomposizione parziale di un polinomio | 155 |
| | Divisibilità di un polinomio per un binomio di primo grado contenenti la stessa lettera | 156 |
| | Scomposizione di un polinomio mediante il teorema del resto e la regola di Ruffini | 156 |
| | Scomposizione di un particolare trinomio di secondo grado | 158 |
| | Mappa | 160 |
| | Verifica delle abilità | 164 |
| | Verso la prova INVALSI | 185 |
| | Verifica delle abilità - BES | 186 |

| | | |
|------------|--|-----|
| 4 | Frazioni algebriche | 190 |
| 4.1 | Frazioni algebriche | 190 |
| | Frazioni algebriche equivalenti | 190 |
| | Semplificazione di una frazione algebrica | 191 |
| 4.2 | Operazioni con le frazioni algebriche | 192 |
| | Minimo comune multiplo di più monomi | 192 |
| | Minimo comune multiplo di più polinomi | 193 |
| | Riduzione di più frazioni algebriche allo stesso denominatore | 194 |
| | Addizione e sottrazione tra frazioni algebriche | 195 |
| | Moltiplicazione tra frazioni algebriche | 196 |
| | Divisione tra due frazioni algebriche | 197 |
| | Elevamento a potenza di una frazione algebrica | 198 |
| | Espressioni contenenti frazioni algebriche | 200 |
| | Mappa | 201 |
| | Verifica delle abilità | 202 |
| | Verifica delle abilità - BES | 206 |
| 5 | Equazioni | 207 |
| 5.1 | Equazioni | 207 |
| | Equazioni numeriche intere di primo grado | 207 |
| | Principi di equivalenza delle equazioni | 208 |
| | Grado di un'equazione | 208 |
| | Risoluzione di un'equazione numerica intera di primo grado | 209 |
| | Problemi lineari in un'incognita | 209 |
| 5.2 | Equazioni numeriche intere di secondo grado in un'incognita | 211 |
| | Equazioni numeriche intere di secondo grado monomie | 211 |
| | Equazioni numeriche intere di secondo grado pure | 212 |
| | Equazioni numeriche intere di secondo grado spurie | 214 |
| | Equazioni numeriche intere di secondo grado complete | 215 |
| | Problemi di secondo grado in un'incognita | 217 |
| | Mappa | 219 |
| | Verifica delle abilità | 220 |
| | Verso la prova INVALSI | 231 |
| | Verifica delle abilità - BES | 232 |
| 6 | Sistemi di equazioni | 234 |
| 6.1 | I sistemi numerici interi di primo grado | 234 |
| | Sistemi di equazioni | 234 |
| | Sistemi determinati, indeterminati, impossibili | 234 |
| | Sistemi numerici interi di primo grado in due incognite | 234 |
| | Risoluzione di un sistema di primo grado di due equazioni in due incognite | 236 |
| | METODO DELLA SOSTITUZIONE | 236 |
| | METODO DEL CONFRONTO | 238 |
| | METODO DELLA RIDUZIONE | 239 |
| | Problemi lineari in due incognite | 241 |
| | Mappa | 243 |

| | | |
|------------|---|-----|
| | Verifica delle abilità | 244 |
| | Verifica delle abilità - BES | 247 |
| 7 | Disequazioni | 248 |
| 7.1 | Disequazioni | 248 |
| | Le disuguaglianze e loro proprietà | 248 |
| | Disequazioni | 249 |
| | Principi di equivalenza | 250 |
| | Risoluzione di una disequazione di primo grado | 251 |
| 7.2 | Disequazioni di secondo grado | 252 |
| | $\Delta > 0$ | 252 |
| | $\Delta = 0$ | 254 |
| | $\Delta < 0$ | 256 |
| | Mappa | 257 |
| | Verifica delle abilità | 258 |
| | Verso la prova INVALSI | 262 |
| | Verifica delle abilità - BES | 264 |
| 8 | Piano cartesiano | 266 |
| 8.1 | Punti e rette nel piano cartesiano | 266 |
| | Sistema di coordinate su una retta | 266 |
| | Distanza tra due punti della retta reale | 266 |
| | Punto medio di un segmento sulla retta reale | 267 |
| | Coordinate di un punto | 267 |
| | Segno delle coordinate di un punto | 269 |
| | Distanza tra due punti di un piano cartesiano | 270 |
| | Punto medio di un segmento nel piano cartesiano | 271 |
| 8.2 | Le funzioni | 272 |
| | Funzioni lineari | 273 |
| | Funzione di proporzionalità diretta | 276 |
| | Funzione di proporzionalità inversa | 276 |
| | Funzione di proporzionalità quadratica | 277 |
| | Mappa | 280 |
| | Verifica delle abilità | 281 |
| | Verso la prova INVALSI | 285 |
| | Verifica delle abilità - BES | 293 |
| 9 | Statistica e Probabilità | 294 |
| 9.1 | Cenni di statistica | 294 |
| | La Statistica | 294 |
| | Rappresentazioni grafiche | 294 |
| | LA RAPPRESENTAZIONE CARTESIANA | 294 |
| | GLI ORTOGRAMMI | 296 |
| | I DIAGRAMMI A TORTA | 297 |
| | I CARTOGRAMMI | 299 |

| | | |
|------------|---|-----|
| | Indici di posizione | 300 |
| 9.2 | Cenni di calcolo delle probabilità | 301 |
| | La probabilità | 301 |
| | Operazioni fra eventi | 302 |
| | NEGAZIONE DI UN EVENTO | 302 |
| | EVENTI COMPATIBILI - EVENTI INCOMPATIBILI | 303 |
| | INTERSEZIONE DI EVENTI | 303 |
| | UNIONE DI EVENTI | 304 |
| | Frequenza di un evento | 305 |
| | Probabilità di un evento | 306 |
| | Differenza tra frequenza e probabilità | 307 |
| | Teoremi sul calcolo delle probabilità | 308 |
| | Mappa | 312 |
| | Verifica delle abilità | 314 |
| | Verso la prova INVALSI | 322 |
| | Verifica delle abilità - BES | 327 |

GEOMETRIA

| | | |
|-------------|---|-----|
| 10 | Geometria Euclidea | 330 |
| 10.1 | I fondamenti della geometria piana | 330 |
| | Enti primitivi | 330 |
| | Rette, semirette e segmenti | 331 |
| | Confronto tra segmenti | 332 |
| | Somma e differenza di segmenti | 333 |
| | Multipli e sottomultipli di un segmento | 334 |
| | Piani, semipiani | 334 |
| | Angoli | 335 |
| | Confronto tra angoli | 336 |
| | Angoli consecutivi, adiacenti, opposti al vertice | 336 |
| | Somma e differenza di angoli | 337 |
| | Multipli e sottomultipli di un angolo | 338 |
| | Bisettrice di un angolo | 339 |
| | Angolo piatto, angolo retto, angolo giro | 339 |
| | Angoli complementari, angoli supplementari, angoli esplementari | 340 |
| | Angoli acuti, angoli ottusi | 340 |
| | Misura dell'ampiezza di un angolo | 341 |
| | Spezzate | 343 |
| | Poligoni | 343 |
| | I triangoli e la loro classificazione | 345 |
| | Altezze, mediane e bisettrici di un triangolo | 346 |
| | Congruenze | 347 |
| | Proprietà dei triangoli isosceli | 348 |
| | Primo teorema dell'angolo esterno | 349 |
| | Lati e angoli a essi opposti in un triangolo | 349 |
| | Disuguaglianze tra i lati di un triangolo | 350 |

| | |
|---|-----|
| Rette parallele | 350 |
| Unicità della parallela condotta da un punto esterno a una retta | 351 |
| Rette tagliate da una trasversale | 351 |
| Criterio di parallelismo delle rette | 352 |
| Unicità della perpendicolare condotta da un punto esterno a una retta | 352 |
| Punti simmetrici rispetto a una retta | 352 |
| Teoremi sulle rette parallele, sulle rette perpendicolari e sulle rette oblique | 353 |
| Secondo teorema dell'angolo esterno | 354 |
| Somma degli angoli interni di un triangolo | 354 |
| Congruenza dei triangoli rettangoli | 354 |
| Triangolo rettangolo con un angolo di 60° | 355 |
| Quadrilateri | 355 |
| Il parallelogramma | 356 |
| PROPRIETÀ DEI PARALLELOGRAMMI | 356 |
| CRITERI DEI PARALLELOGRAMMI | 357 |
| Il rettangolo | 357 |
| Il rombo | 358 |
| CRITERI DEI ROMBI | 358 |
| Il quadrato | 359 |
| CRITERI DEI QUADRATI | 359 |
| Il trapezio | 359 |
| PROPRIETÀ DEI TRAPEZI ISOSCELI | 360 |
| CRITERI DEI TRAPEZI ISOSCELI | 360 |
| Rette parallele tagliate da due trasversali | 360 |
| Il teorema della corrispondenza di Talete | 361 |
| La corrispondenza di Talete e i triangoli | 362 |
| Punti notevoli di un triangolo | 363 |
| Baricentro | 363 |
| Circocentro | 363 |
| Incentro | 364 |
| Ortocentro | 365 |
| Superfici equivalenti | 365 |
| Figure equicomposte | 366 |
| Area di un poligono | 367 |
| AREA DI UN RETTANGOLO | 367 |
| AREA DI UN QUADRATO | 368 |
| AREA DI UN PARALLELOGRAMMA | 368 |
| AREA DI UN ROMBO | 369 |
| AREA DI UN TRIANGOLO QUALSIASI | 369 |
| AREA DI UN TRAPEZIO | 370 |
| Teorema di Pitagora | 371 |
| PITAGORA DI SAMO | 371 |
| TERNA PITAGORICA | 372 |
| Primo teorema di Euclide | 372 |
| EUCLIDE DI ALESSANDRIA | 372 |
| Secondo teorema di Euclide | 374 |
| Applicazioni dei teoremi di Pitagora e di Euclide ai poligoni | 375 |
| RETTANGOLO | 375 |
| QUADRATO | 376 |

| | |
|--|-----|
| PARALLELOGRAMMA | 376 |
| ROMBO | 377 |
| TRIANGOLO EQUILATERO | 377 |
| TRIANGOLO ISOSCELE | 378 |
| TRIANGOLO RETTANGOLO CON UN ANGOLO DI 60° | 378 |
| TRIANGOLO RETTANGOLO CON UN ANGOLO DI 45° | 378 |
| TRAPEZIO | 379 |
| TRAPEZIO RETTANGOLO | 379 |
| Triangoli simili | 379 |
| Criteri di similitudine dei triangoli | 380 |
| Perimetri e aree di triangoli simili | 380 |
| Il triangolo aureo | 380 |
| Poligoni simili | 381 |
| Teoremi di Euclide con la similitudine | 382 |
| Circonferenza e cerchio | 383 |
| Archi e angoli | 384 |
| Angoli corrispondenti | 385 |
| Angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco | 386 |
| Corde | 386 |
| Teoremi sulle corde | 387 |
| Bisettrice di un angolo alla circonferenza | 388 |
| Posizioni reciproche di una retta e di una circonferenza | 388 |
| Segmenti di tangente | 389 |
| Posizioni reciproche di due circonferenze | 390 |
| Lunghezza di una circonferenza | 391 |
| Lunghezza di un arco di circonferenza | 392 |
| Area di un cerchio | 393 |
| Area di un settore circolare | 393 |
| Poligoni inscritti in una circonferenza | 394 |
| Poligoni circoscritti a una circonferenza | 395 |
| Poligoni di tre lati circoscrivibili | 395 |
| Poligoni regolari | 396 |
| Formula dell'area di un poligono circoscritto a una circonferenza | 396 |
| Raggio della circonferenza inscritta e circoscritta a un triangolo | 397 |
| 10.2 Geometria solida | 398 |
| Punti, rette, piani | 398 |
| Posizioni reciproche di due rette nello spazio | 398 |
| Posizioni reciproche di una retta e di un piano | 398 |
| Posizioni reciproche di due piani nello spazio | 400 |
| Diedri | 401 |
| Poliedro | 402 |
| AREA DELLA SUPERFICIE E VOLUME DI UN POLIEDRO | 402 |
| Prisma retto | 403 |
| AREA E VOLUME DI UN PRISMA RETTO | 404 |
| Parallelepipedo | 405 |
| AREA E VOLUME DI UN PARALLELEPIPEDO RETTANGOLO | 406 |
| Cubo | 406 |
| AREA E VOLUME DI UN CUBO | 407 |
| Piramide retta | 407 |
| AREA E VOLUME DI UNA PIRAMIDE RETTA | 408 |

| | | |
|-------------|--|-----|
| 10.3 | Solidi di rotazione | 409 |
| | Cilindro | 409 |
| | AREA E VOLUME DI UN CILINDRO | 410 |
| | Cono | 411 |
| | AREA E VOLUME DI UN CONO | 412 |
| | Sfera | 413 |
| | AREA E VOLUME DI UNA SFERA | 413 |
| | Verifica delle abilità | 414 |
| | Verso la prova INVALSI | 452 |
| 11 | Elementi di Trigonometria | 457 |
| 11.1 | Le funzioni goniometriche | 457 |
| | Misura degli angoli: sistema sessagesimale | 457 |
| | La circonferenza goniometrica | 458 |
| | Funzioni goniometriche | 458 |
| | Variazioni delle funzioni goniometriche | 459 |
| | Rappresentazione grafica delle funzioni goniometriche seno, coseno, tangente | 461 |
| | Uso della calcolatrice scientifica | 462 |
| | Triangoli rettangoli | 463 |
| | RIEPILOGO | 465 |
| | Mappa | 466 |
| | Verifica delle abilità | 467 |
| 12 | Cenni di matematica finanziaria | 468 |
| 12.1 | Matematica finanziaria | 468 |
| | Operazioni di prestito | 468 |
| | Operazioni di sconto | 469 |
| | Mappa | 471 |
| | Verifica delle abilità | 472 |
| | Come utilizzare il coupon per scaricare la versione digitale del libro | 474 |
| | Come utilizzare il coupon per scaricare i contenuti digitali integrativi | 474 |

Presentazione

Il libro si presenta come uno strumento agevole per l'apprendimento dei temi di matematica del biennio di un **corso di Istruzione e Formazione Professionale**. Il linguaggio utilizzato presenta in modo chiaro anche i contenuti concettualmente più impegnativi e, seppur semplice e scorrevole, risulta nel contempo rigoroso, tipico della disciplina.

I capitoli sono così strutturati:

- breve introduzione di un nuovo argomento;
- esercizio svolto, per meglio apprendere la parte teorica;
- mappa concettuale, per sintetizzare i concetti e le procedure fondamentali e per agevolare l'apprendimento degli studenti con bisogni educativi speciali;
- esercizi proposti strutturati in funzione del loro grado di difficoltà, da svolgere in modo autonomo, identificati come “verifica delle abilità”;
- esercizi proposti, da svolgere in modo autonomo, scritti con font ad alta leggibilità, per agevolare gli allievi con disturbi specifici dell'apprendimento.

A partire dai primi capitoli, la teoria si sviluppa in modo peculiare, anche per permettere di iniziare agevolmente il percorso nella secondaria di secondo grado agli studenti bisognosi di ripassare le nozioni studiate nelle scuole di primo grado.

Definizioni, proprietà, teoremi, osservazioni, regole e suggerimenti sono evidenziati all'interno di box colorati.

In fondo ai capitoli sono inserite delle mappe inclusive, utili quindi a tutti gli studenti, non solo a quelli con bisogni educativi speciali.

Le nozioni fondamentali e le verifiche delle abilità sono scritte con font ad alta leggibilità, al fine di abbattere le barriere di ostacolo all'accesso e alla comprensione dei contenuti. La proposta di esercizi è ricca e costituisce parte integrante della trattazione. Dopo ogni nuovo concetto, definizione, proprietà è presente un box colorato al cui interno ogni passaggio è spiegato passo passo. Gli esercizi proposti sono presentati in funzione del loro grado di difficoltà. Un puntino colorato accanto al numero indica un esercizio di difficoltà mag-

giore rispetto a quello senza contrassegno; due puntini indicano gli esercizi più impegnativi. La gradualità consente non solo di accompagnare l'allievo ad apprendere con agevolezza i contenuti, ma anche di consolidare quanto appreso.

Alcuni capitoli contengono la sezione Verso la prova INVALSI che consente agli allievi di prendere confidenza con la tipologia di esercizi somministrata a livello nazionale.

La *Guida per il docente* raccoglie riferimenti normativi, utili informazioni su diverse metodologie da adottare nella didattica di tutti i giorni, utili suggerimenti e spunti relativi alla didattica per studenti con bisogni educativi speciali, tutte le soluzioni degli esercizi, una sezione di aiuto per studenti con disturbi specifici dell'apprendimento, delle verifiche di abilità su ogni capitolo.

L'OFFERTA DIDATTICA HOEPLI

L'edizione **Openschool** Hoepli offre a docenti e studenti tutte le potenzialità di Openschool Network (ON), il nuovo sistema integrato di contenuti e servizi per l'apprendimento.

Edizione **OPENSCHOOL**



LIBRO DI TESTO



Il libro di testo è l'**elemento cardine** dell'offerta formativa, uno strumento didattico **agile** e **completo**, utilizzabile **autonomamente** o in combinazione con il ricco **corredo digitale** offline e online. Secondo le più recenti indicazioni ministeriali, volume cartaceo e apparati digitali **sono integrati in un unico percorso didattico**. Le espansioni accessibili attraverso l'eBook+ e i materiali integrativi disponibili nel sito dell'editore sono puntualmente richiamati nel testo tramite apposite icone.

eBOOK+



L'**eBook+** è la versione digitale e interattiva del libro di testo, utilizzabile su **tablet, LIM e computer**. Aiuta a comprendere e ad approfondire i contenuti, rendendo l'apprendimento più attivo e coinvolgente. Consente di leggere, annotare, sottolineare, effettuare ricerche e accedere direttamente alle numerose **risorse digitali integrative**.
→ Scaricare l'eBook+ è molto **semplice**. È sufficiente seguire le istruzioni riportate nell'ultima pagina di questo volume.

RISORSE ONLINE



Il sito della casa editrice offre una ricca dotazione di **risorse digitali** per l'approfondimento e l'aggiornamento. Nella pagina web dedicata al testo è disponibile **my BookBox**, il contenitore virtuale che raccoglie i materiali integrativi che accompagnano l'opera.
→ Per accedere ai materiali è sufficiente registrarsi al sito **www.hoepliscuola.it** e inserire il codice coupon che si trova nell'ultima pagina di questo volume. **Per il docente** nel sito sono previste ulteriori risorse didattiche dedicate.

PIATTAFORMA DIDATTICA



La **piattaforma didattica** è un ambiente digitale che può essere utilizzato in modo duttile, a misura delle esigenze della classe e degli studenti. Permette in particolare di **condividere contenuti ed esercizi** e di partecipare a **classi virtuali**. Ogni attività svolta viene salvata sul **cloud** e rimane sempre disponibile e aggiornata. La piattaforma consente inoltre di consultare la versione online degli eBook+ presenti nella propria libreria.
→ È possibile accedere alla piattaforma attraverso il sito **www.hoepliscuola.it**.

1.1 Gli insiemi e i simboli



Gli abiti contenuti in un armadio, i numeri naturali, gli oggetti contenuti in un astuccio, i nomi degli studenti di una classe sono **insiemi**.

Gli insiemi si indicano solitamente con lettere maiuscole dell'alfabeto latino: A, B, C, \dots e i loro elementi con minuscole: a, b, c, \dots . Per indicare che x è uno degli elementi di un certo insieme Y , si scrive: $x \in Y$ e si legge: x appartiene all'insieme Y ; se x non è un elemento di Y , si scrive: $x \notin Y$ e si legge: x non appartiene all'insieme Y . Non tutti gli insiemi contengono elementi.



DEFINIZIONE

Un insieme che non possiede elementi si dice **vuoto** e si indica con il simbolo \emptyset .



ESERCIZI SVOLTI

L'insieme dei voti insufficienti della pagella di fine anno di uno studente ammesso alla classe successiva è un insieme vuoto.

1.2 Rappresentazione di un insieme

Un insieme si può rappresentare mediante:

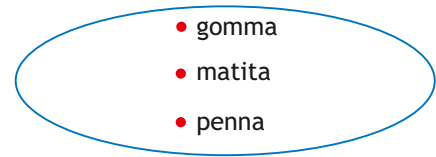
- **elencazione**, scrivendo uno di seguito all'altro i suoi elementi tra due parentesi graffe

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

- **proprietà caratteristica**, specificando tra due parentesi graffe la proprietà che caratterizza i suoi elementi

$$X = \{n \in \mathbb{N} \mid 0 \leq n \leq 50\} \text{ è l'insieme dei numeri naturali minori o uguali a } 50 \text{ (dove la barra } | \text{ si legge tale/i che)}$$

- graficamente, mediante i **diagrammi di Eulero-Venn** ovvero con linee chiuse entro le quali si racchiudono gli elementi dell'insieme



1.3 Insiemi finiti, infiniti



DEFINIZIONE

Se gli elementi di un insieme si possono contare e il conteggio ha termine, l'insieme si dice **finito**; altrimenti si dice **infinito**.

L'insieme dei numeri naturali è infinito.

L'insieme dei numeri naturali compresi tra 2 e 8 è un insieme finito.

Se tutti gli elementi di un insieme A sono anche elementi di un insieme B e, viceversa, tutti gli elementi di B sono anche elementi di A , allora A e B si dicono **uguali**. In simboli: $A = B$.

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e $X = \{n \in \mathbb{N} \mid 0 \leq n \leq 5\}$ sono uguali.

Se due insiemi A e B non sono uguali, si scrive: $A \neq B$.

Dati due insiemi A e B , se ogni elemento di A è anche elemento di B e B contiene almeno un elemento che non appartiene ad A , allora A è un **sottoinsieme proprio** dell'insieme B .

$A = \{0, 1, 2\}$ è un sottoinsieme proprio di $B = \{0, 1, 2, 3\}$.
 B , infatti, contiene l'elemento 3 che non appartiene ad A .

Con $A \subseteq B$ si intende esprimere che A è un sottoinsieme improprio di B , ossia che A può essere un sottoinsieme proprio di B o coincidere con B .

Ogni insieme è sottoinsieme improprio di se stesso.

L'insieme vuoto è sottoinsieme improprio di qualsiasi altro insieme.

1.4 L'insieme universo

Quando si rappresenta un insieme mediante la sua proprietà caratteristica, è opportuno specificare la natura dei suoi elementi.



DEFINIZIONE

L'insieme **universo** U di un dato insieme A è l'insieme al quale appartengono gli elementi di A per la loro tipologia.

- Se $X = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 3\}$, allora $U = \mathbb{N}$ e $X = \{1, 2\}$.
- Se $A = \{a \in \mathbb{N} \mid x > 2\}$, allora $U = \mathbb{N}$ e $A = \{3, 4, 5, 6, \dots\}$.
- Se $B = \{b \in \mathbb{N} \mid b < 2\}$, allora $U = \mathbb{N}$ e $B = \{0, 1\}$.

1.5 Le operazioni tra insiemi e loro proprietà

Intersezione



DEFINIZIONE

L'**intersezione** di due insiemi non vuoti A e B è l'insieme costituito dagli elementi che appartengono sia ad A che a B .

L'insieme intersezione di A e B si indica con $A \cap B$.

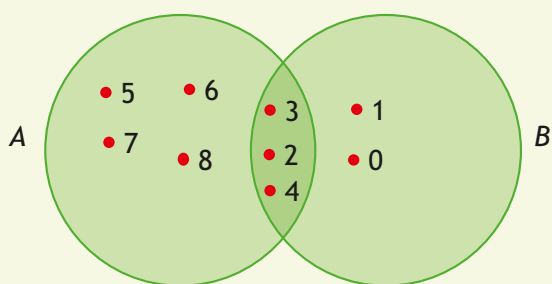
La definizione di intersezione si estende anche al caso in cui gli insiemi siano più di due.

Se $A = \{1, 3, 5\}$ e $B = \{0, 1, 2\}$, allora $A \cap B = \{1\}$



ESERCIZI SVOLTI

$A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

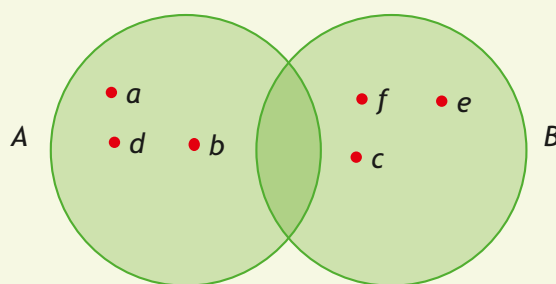


Per calcolare l'intersezione tra A e B : prendere in considerazione ogni elemento di A e valutare se è anche elemento di B .

Il 2, il 3 e il 4 sono elementi di A che appartengono anche a B :

$$A \cap B = \{2, 3, 4\}$$

$A = \{a, b, d\}$
 $B = \{c, e, f\}$



Non ci sono elementi comuni ai due insiemi pertanto l'intersezione è vuota:

$$A \cap B = \{\} = \emptyset$$

Unione



DEFINIZIONE

L'**unione** di due insiemi A e B , di cui almeno uno non vuoto, è l'insieme costituito dagli elementi che appartengono ad almeno uno dei due insiemi A e B .

L'insieme unione di due insiemi A e B si indica con $A \cup B$.

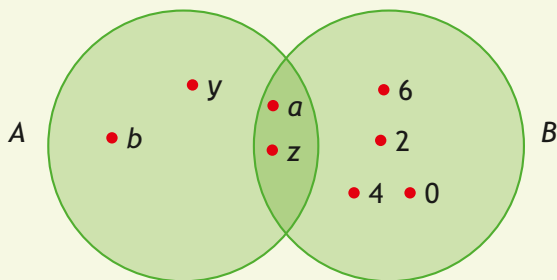
La definizione di unione si estende anche al caso in cui gli insiemi siano più di due.

Se $A = \{1, 3, 5\}$ e $B = \{0, 1, 2\}$, allora $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5\}$



ESERCIZI SVOLTI

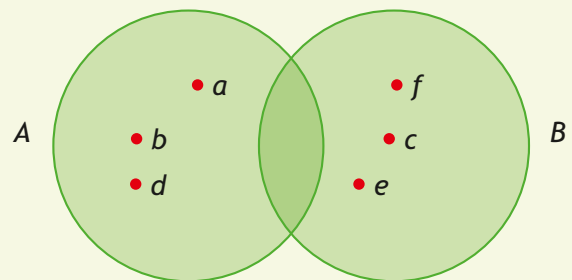
$A = \{a, b, y, z\}$
 $B = \{a, 0, 2, 4, 6, z\}$



Per calcolare l'unione tra A e B : prendere in considerazione ogni elemento di A e ogni elemento di B . Gli elementi comuni a e z non devono essere ripetuti:

$A \cup B = \{a, b, y, z, 0, 2, 4, 6\}$

$A = \{a, b, d\}$
 $B = \{c, e, f\}$



L'unione tra A e B è costituita da tutti gli elementi di A e da tutti gli elementi di B :

$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$

Differenza



DEFINIZIONE

La **differenza** di due insiemi A e B non vuoti è l'insieme costituito dagli elementi che appartengono al primo insieme A e che non appartengono al secondo insieme B . L'insieme differenza tra A e B si indica con $A - B$.

Se $A = \{1,3,5\}$ e $B = \{0,1,2\}$, allora $A - B = \{3,5\}$



ESERCIZI SVOLTI

Se $A = \{a,b,c\}$ e $B = \{a,c,y,z\}$, allora per calcolare:

- la differenza tra A e B , eliminare da A gli elementi che appartengono a B :
 $A - B = \{a,b,c\} = \{b\}$
- la differenza tra B ed A , eliminare da B gli elementi che appartengono ad A : $B - A = \{a,c,y,z\} = \{y,z\}$.

Insieme complementare



DEFINIZIONE

Il **complementare** di un insieme B rispetto a un insieme A che lo contiene, suo insieme universo, è l'insieme degli elementi che appartengono ad A e non appartengono a B .

L'insieme complementare di B rispetto all'insieme A si indica con $C_A B$.

Se $A = \{1,3,5\}$ e $B = \{3\}$, allora $C_A B = \{1,5\}$



ESERCIZI SVOLTI

Se $M = \{l,m,n,o\}$ e $N = \{i,l,m,n,o,p\}$, per calcolare il complementare di M rispetto a N , insieme che lo contiene: eliminare da N gli elementi che appartengono ad M : $C_N M = \{i,l,m,n,o,p\} = \{i,p\}$.

Prodotto cartesiano



DEFINIZIONE

Il **prodotto cartesiano** di due insiemi non vuoti A e B è l'insieme delle coppie ordinate in cui il primo elemento appartiene al primo insieme A e il secondo appartiene al secondo insieme B .

L'insieme prodotto cartesiano di A per B si indica con $A \times B$.

Se $A = \{a,b\}$ e $B = \{a,x,y\}$, l'insieme prodotto cartesiano $A \times B$ può essere rappresentato mediante:

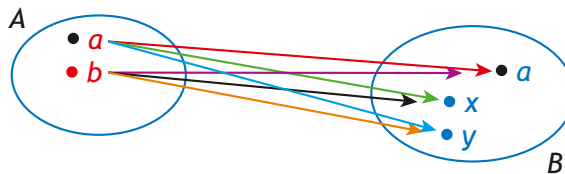
- elencazione

$$A \times B = \{(a;a), (a;x), (a;y), (b;a), (b;x), (b;y)\}$$

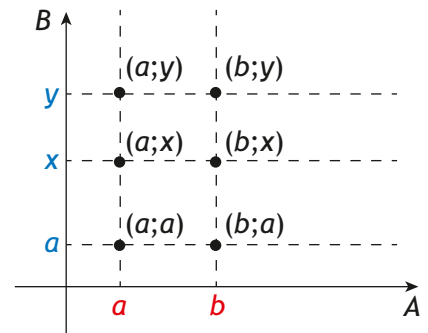
- una tabella a doppia entrata, in cui la prima colonna contiene gli elementi di A , la prima riga contiene quelli di B e le caselle d'incrocio contengono le coppie ordinate

| | | | | |
|-----|-----|---------|---------|---------|
| | B | a | x | y |
| A | | | | |
| a | | $(a;a)$ | $(a;x)$ | $(a;y)$ |
| b | | $(b;a)$ | $(b;x)$ | $(b;y)$ |

- un diagramma a frecce (questa rappresentazione è anche detta sagittale), rappresentando i due insiemi A e B con i diagrammi di Eulero-Venn e collegando mediante frecce gli elementi che si corrispondono nelle coppie ordinate (facendo partire da ogni elemento di A una freccia che culmina nell'elemento di B con cui forma una coppia)



- un diagramma cartesiano, seguendo i seguenti passi:
 - tracciando due rette perpendicolari, dette assi cartesiani;
 - rappresentando sul semiasse orizzontale gli elementi del primo insieme e su quello verticale gli elementi del secondo insieme;
 - tracciando delle rette parallele agli assi per i punti che rappresentano gli elementi dei due insiemi.



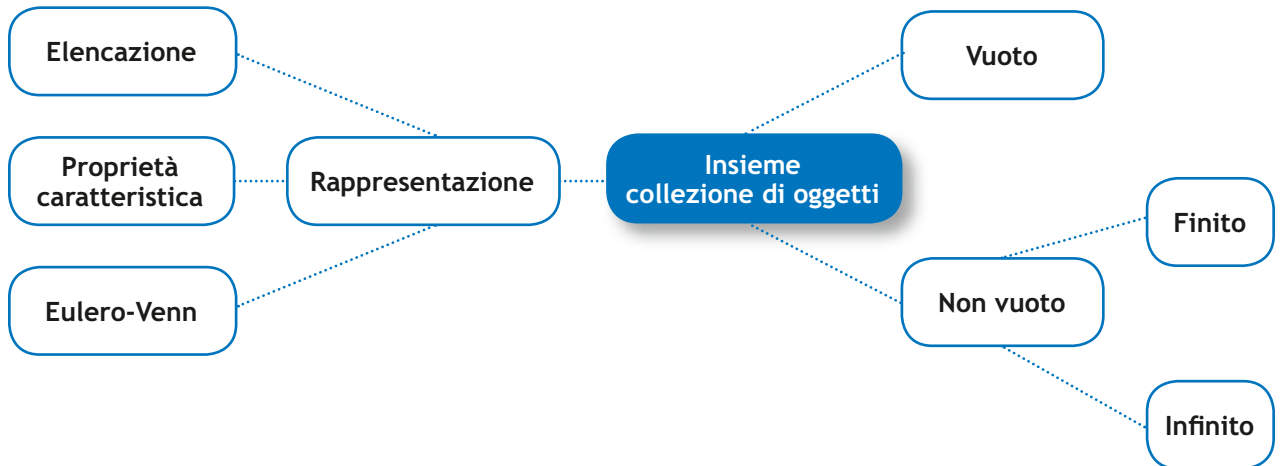
I punti di intersezione delle parallele rappresentano le coppie ordinate del prodotto cartesiano.



ESERCIZI SVOLTI

- Se $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{1,4\}$, allora $A \times B = \{(1;1), (1;4), (2;1), (2;4), (3;1), (3;4)\}$
- Se $A = \{0,1\}$ e $B = \{1\}$, allora $A \times B = \{(0;1), (1;1)\}$
- Se $M = \{a;b\}$ e $C = \{a;d\}$, allora $M \times C = \{(a;a), (a;d), (b;a), (b;d)\}$
- Se $P = \{x\}$ e $Q = \{x;y\}$, allora $P \times Q = \{(x;x), (x;y)\}$

Mappa



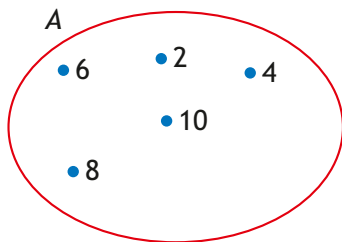
Verifica delle abilità

Completare con \in , \notin , \subseteq , $=$, \neq .

1. $-1 \dots N$
2. $12 \dots N$
3. $\{0,1,2\} \dots N$
4. $\{n \in N \mid n < 6\} \dots \{0,1,2,3,4,5\}$
5. $\{n \in N \mid n < 5\} \dots \{0,1,2,3,4,5\}$

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

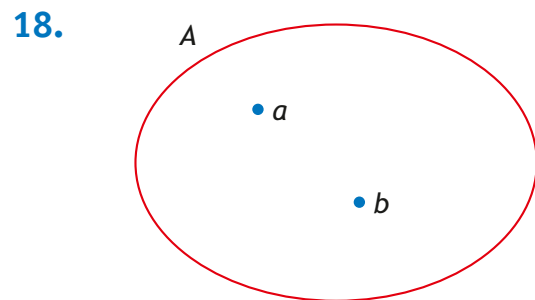
6. L'insieme X delle lettere della parola *manta* è sottoinsieme dell'insieme Y delle lettere della parola *mantello*.
7. L'insieme A delle lettere della parola *scarpa* è sottoinsieme dell'insieme B delle lettere della parola *carpa*.
8. $A = \{n \in N \mid n \text{ è multiplo di } 2\}$ e $B = \{n \in N \mid n \text{ è pari}\}$ non sono uguali.
9. L'insieme $S = \{g,i,l\}$ è sottoinsieme dell'insieme $A = \{a \mid a \text{ è una lettera della parola } \textit{giocoliere}\}$.
10. L'insieme



è sottoinsieme dell'insieme B dei divisori di 120.

Rappresentare mediante elencazione i seguenti insiemi.

11. $Z = \{z \mid z \text{ è una lettera della parola } \textit{mamma}\}$
12. $A = \{a \mid a \text{ è una vocale della parola } \textit{mamma}\}$
13. $V = \{v \mid v \text{ è una consonante della parola } \textit{mamma}\}$
14. $Y = \{y \mid y \text{ è una vocale dell'alfabeto italiano non contenuta nella parola } \textit{aiuole}\}$
15. $A = \{a \in N \mid a < 10\}$
16. $C = \{c \in N \mid 4 < c < 10\}$
17. $X = \{x \mid x \text{ è l'insieme delle iniziali dei nomi: Anna, Giulia, Francesca, Giovanni, Ugo}\}$



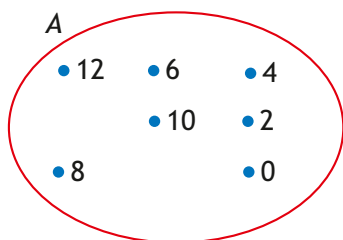
Rappresentare mediante proprietà caratteristica e mediante i diagrammi di Eulero-Venn i seguenti insiemi.

19. $A = \{a,e,i,o,u\}$
20. $B = \{1,2,5,10\}$

Individuare la risposta giusta tra quelle proposte.

21. $\{a, e, i, o, l, n, q, u\}$ è la rappresentazione o per elencazione dell'insieme costituito dalle lettere della parola:
- a. *qualunque* b. *aquilone*
 c. *alquanto* d. *qualunquista*
22. Se $A = \{a, e, i\}$, allora l'insieme universo di A è:
- a. l'insieme delle vocali dell'alfabeto italiano
 b. l'insieme dei numeri naturali
 c. l'insieme delle consonanti dell'alfabeto italiano
 d. l'insieme dei numeri
23. $\{p, s, t\}$ è la rappresentazione per elencazione dell'insieme costituito dalle consonanti della parola:
- a. *questione* b. *pistone*
 c. *pistola* d. *pasta*

24.

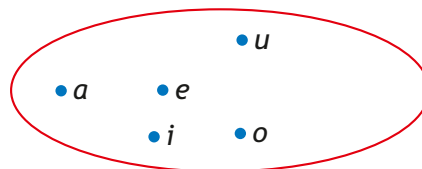


è la rappresentazione dell'insieme:

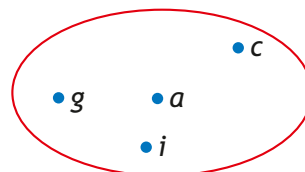
- a. $A = \{n \in N \mid n \text{ è pari}\}$
 b. $A = \{n \in N \mid n \text{ è minore di } 13\}$
 c. $A = \{n \in N \mid n \text{ è multiplo di } 2 \text{ ma non di } 4\}$
 d. $A = \{n \in N \mid n \text{ è multiplo di } 2 \text{ e minore di } 14\}$
25. $\{a, c, p\}$ è l'insieme delle:
- a. lettere della parola *pace*
 b. vocali della parola *pace*
 c. lettere della parola *cappa*
 d. vocali della parola *cappa*

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

26. La rappresentazione dell'insieme $\{aiuole\}$ mediante un diagramma di Eulero-Venn è:



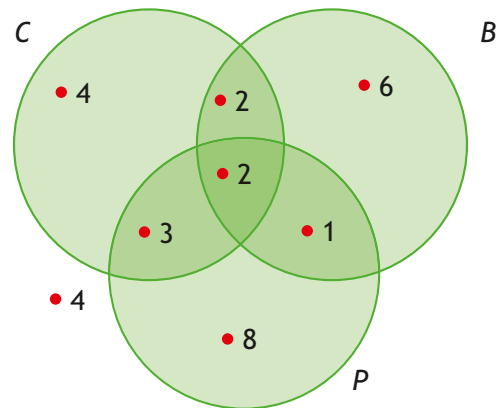
27. Il seguente diagramma rappresenta l'insieme G delle lettere della parola *giacca*.



Individuare la risposta giusta tra quelle proposte.

- 28. L'unione tra l'insieme delle lettere della parola *insufficienza* e l'insieme delle lettere della parola *sufficienza* è uguale all'insieme:
- a. $\{i, n, s, u, f, f, i, c, i, e, n, z, a, s, u, f, f, i, c, i, e, n, z, a\}$
 b. $\{i, n, s, u, f, f, i, c, i, e, n, z, a\}$
 c. $\{s, u, f, f, i, c, i, e, n, z, a\}$
 d. $\{a, c, e, f, i, n, s, u, z\}$
- 29. La differenza tra l'insieme delle vocali della parola *gradino* e l'insieme delle vocali della parola *giardino* è uguale all'insieme:
- a. $\{e\}$ b. $\{a, i, d\}$
 c. $\{a, i, o\}$ d. \emptyset
- 30. L'intersezione tra l'insieme delle lettere della parola *giglio* e l'insieme delle lettere della parola *gorgoglio* è uguale all'insieme:
- a. $\{g, i, g, l, i, o\}$ b. $\{g, o\}$
 c. $\{g, i, l, o\}$ d. $\{g, o, r, g, o, g, l, i, o\}$

- 31. L'insieme unione tra l'insieme delle lettere della parola *camomilla* e l'insieme $\{\text{camomilla}\}$ è uguale all'insieme:
- vuoto
 - $\{\text{camomilla}\}$
 - $\{c, a, m, o, m, i, l, l, a\}$
 - $\{a, c, i, l, m, o, \text{camomilla}\}$
- 32. Dati gli insiemi $A = \{1, 7\}$, $B = \{x \in N \mid x \leq 5\}$ e $C = \{1, 2, 3\}$, calcolare:
- $A \cap B$
 - $A \cup B$
 - $B \cap C$
 - $B \cup C$
 - $(A \cap B) \cap C$
 - $(A \cup B) \cup C$
 - $A - B$
 - $B - A$
 - $(A - B) \cup C$
- 33. Dati gli insiemi $A = \{a \mid a \text{ è una lettera della parola } \textit{orco}\}$, $B = \{b \mid b \text{ è una lettera della parola } \textit{olio}\}$, calcolare:
- $A \times B$
 - $B - A$
- 34. La differenza tra l'insieme delle lettere della parola *finestra* e l'insieme delle lettere della parola *estro* è uguale all'insieme:
- $\{a, e, f, i, n, o, r, s, t\}$
 - $\{e, r, s, t\}$
 - $\{a, f, i, n\}$
 - $\{f, i, n, e, s, t, r, a, e, s, t, r, o\}$
- 35. Se C indica l'insieme delle persone di un gruppo che giocano a calcio, B l'insieme delle persone di un gruppo che giocano a basket e P l'insieme delle persone di un gruppo che giocano a pallavolo, calcolare il numero delle persone che:
- non praticano nessuno dei tre sport;
 - giocano a calcio;
 - giocano a calcio, ma non a basket;
 - giocano sia a basket che a pallavolo;
 - giocano sia a calcio che a pallavolo;
 - giocano sia a basket che a pallavolo, ma non a calcio.



- 36. In una classe di 28 studenti, 9 sciano e 11 giocano a calcio. Sapendo che 5 praticano entrambi gli sport, quanti studenti non fanno attività sportiva?
- 37. In una classe di 23 studenti, 7 giocano a calcio e 8 praticano nuoto. Sapendo che 3 praticano entrambi gli sport, quanti studenti non fanno attività sportiva?
- 38. Un gruppo di 20 persone partecipa a una gita a Venezia. Alcuni visitano anche Murano; altri Burano. Sapendo che 11 visitano Burano e 4 sia Murano che Burano, quanti visitano solo Venezia?
- 39. Da un'indagine sulla lettura preferita dai condomini di uno stesso stabile negli ultimi sei mesi, è emerso che 20 di loro hanno letto gialli, 24 romanzi, 15 fumetti. Sapendo che un condomino non ha letto niente, 5 hanno letto solo gialli e romanzi, 7 solo gialli e fumetti, 11 solo gialli, 4 hanno letto sia romanzi che fumetti e 3 gialli, romanzi e fumetti, calcolare quanti condomini:
- hanno letto solo romanzi;
 - hanno letto solo fumetti;
 - hanno letto sia romanzi che fumetti;
 - hanno letto gialli o fumetti, ma non romanzi;
 - hanno letto sia gialli che fumetti, ma non romanzi.

Verso la prova INVALSI

1. INVALSI 2015/16

Nelle classi prime di una scuola ci sono 100 studenti. Tutti studiano almeno una lingua straniera.

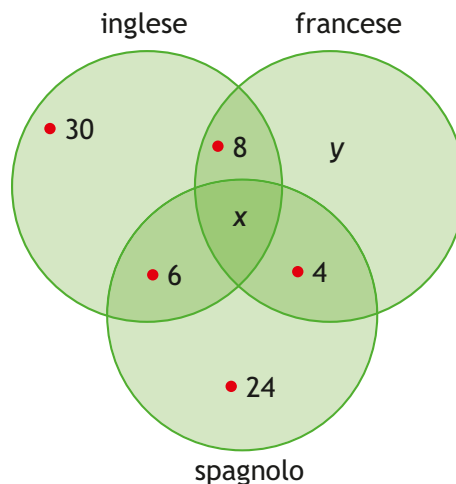
40 studiano spagnolo

8 studiano solo l'inglese e il francese

6 studiano solo l'inglese e lo spagnolo

4 studiano solo il francese e lo spagnolo

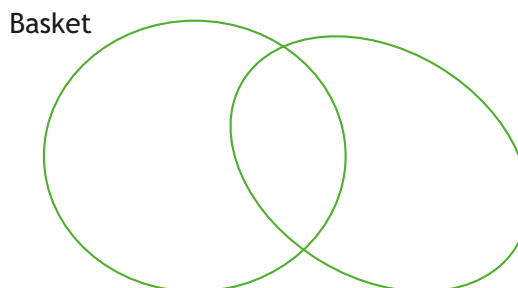
- a. Il numero x di studenti che studiano tutte e tre le lingue è
Il numero y di studenti che studiano solo il francese è



2. INVALSI 2013/14

Su 100 alunni di una scuola, 82 alunni si interessano di calcio, 26 si interessano di basket, 10 non si interessano né di calcio, né di basket.

Scrivi nella opportuna zona del seguente diagramma il numero di studenti che si interessano sia di calcio sia di basket.



Verifica delle abilità

Completare con \in , \notin , \subseteq .

1. $-5 \dots N$
2. $3 \dots N$
3. $0 \dots N$
4. $\{1,2\} \dots N$
5. $\frac{1}{2} \dots N$
6. $\{0\} \dots N$

Vero o falso?

7. L'insieme $C = \{g,i,o\}$ è sottoinsieme dell'insieme $A = \{a \mid a \text{ è una lettera della parola } \textit{aglio}\}$.
8. L'insieme $B = \{c,g,i,l,o,s\}$ è sottoinsieme dell'insieme $C = \{c \mid c \text{ è una lettera della parola } \textit{scaglia}\}$.
9. L'insieme

$$A = \begin{matrix} \bullet 9 & \bullet 18 & \bullet 21 \\ & \bullet 27 & \end{matrix}$$

è sottoinsieme dell'insieme B dei multipli di 9.

10. $B = \{b \mid b \text{ è una consonante della parola } \textit{scolastica}\}$ può essere rappresentato per elencazione con l'insieme $B = \{c,l,s,t\}$.
11. $A = \{a \in N \mid a < 5\}$ può essere rappresentato per elencazione con l'insieme $A = \{1,2,3,4\}$.

12. $A = \begin{matrix} \bullet 5 \\ \bullet 4 & & \bullet 6 \end{matrix}$

indica che $A = \{a \in N \mid 4 < a < 6\}$.

13. $A = \begin{matrix} \bullet 11 & \bullet 33 & \bullet 77 \\ & \bullet 22 & \bullet 66 \\ \bullet 55 & & \bullet 44 \end{matrix}$

è la rappresentazione dell'insieme:
 $A = \{11,22,33,44,55,66,77\}$.

14. Se $A = \{3,4,5\}$, $B = \{x \in N \mid 1 < x < 5\}$ e $C = \{0,1\}$, allora:
 - $(A \cup B) \cap C = \emptyset$
 - $(B - A) \cup C = C$
15. Se $A = \{a \mid a \text{ è una lettera della parola } \textit{aia}\}$, $B = \{b \mid b \text{ è una vocale della parola } \textit{bue}\}$, allora
 $A \times B = \{a,e,i,u\}$.

Individuare la risposta giusta tra le proposte.

16. L'unione tra l'insieme delle lettere della parola *finestra* e l'insieme delle lettere della parola *estro* è uguale all'insieme:
 - a. $\{a,e,f,i,n,o,r,s,t\}$
 - b. $\{e,r,s,t\}$
 - c. $\{a,f,i,n\}$
 - d. $\{f,i,n,e,s,t,r,a,e,s,t,r,o\}$
17. L'intersezione tra l'insieme delle lettere della parola *finestra* e l'insieme delle lettere della parola *estro* è uguale all'insieme:
 - a. $\{a,e,f,i,n,o,r,s,t\}$
 - b. $\{e,r,s,t\}$
 - c. $\{a,f,i,n\}$
 - d. $\{f,i,n,e,s,t,r,a,e,s,t,r,o\}$